

# 放射測年

利用放射性的現象來鑑定畫和其他物質——諸如石頭和化石的年代等——的方法是本世紀初所發現的。物理學家 Rutherford 證實一種物質的蛻變率與該物質目前的原子個數直接成比例。因此，設若  $N(t)$  表示某物質在  $t$  時間的原子數，則單位時間內發生蛻變的原子數  $dN(t)/dt$  與  $N(t)$  成正比。即：

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t), \lambda > 0$$

其中  $\lambda$  為蛻變常數。我們定義半衰期為放射性原子數目蛻變成原來數目之一半所需要的時間。假設在開始時間  $t_0$  原子數目為  $N_0$ ，即  $N(t_0) = N_0$ 。如何解此微分方程？

$$\frac{1}{N(t)} dN(t) = -\lambda dt$$

對兩邊積分

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{N(t)} dN(t) &= -\int \lambda dt \\ \Rightarrow \ln(N(t)) &= -\lambda t + c \\ \Rightarrow N(t) &= e^{-\lambda t + c} \\ \Rightarrow N(t) &= C e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

$$N(t_0) = N_0 \Rightarrow N(t) = N_0 e^{\lambda(t_0 - t)}$$

範例：

台灣大坵坑文化考掘出土之碳素標本（約 1960 年出土），其碳 14 含量範圍相對於正常大氣含量，均在 43% 到 60% 之間。已知碳 14 的半衰期為 5700 年，所以  $\lambda \approx 1.22 \times 10^{-4}$ ，

$$\frac{43}{100} = \frac{M(1960)}{M_0} = e^{1.22 \times 10^{-4} (t_0 - 1960)} \Rightarrow t_0 \approx -4980$$

同理由 60% 可得到  $t_0 \approx -2240$ 。

因此大坵坑文化年代約在西元前 2000 年至 5000 年間。

參考書目：

林朝枝，數學傳播第七卷第三期，數學傳播季刊，中央研究院數學研究所 發行。