

國王的刁難

(積分)

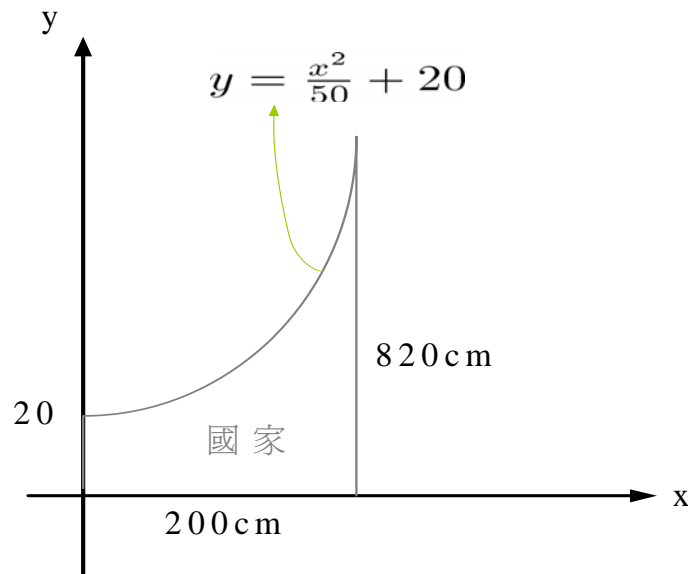
趙怡茹(應數博 96)

在遙遠遙遠的國家裡有個非常喜歡問一些奇怪的問題的國王，若是有人回答不出國王的問題那那個人的腦袋就要被砍了。

有一天，國王出了一個難題，他想要知道全國總共有多少人，要大臣們馬上跟他說。但是一個國家的人怎麼可能一天數的完，又不像現在只要點一下滑鼠就知道多少人了！因此全部的大臣為此都傷透了腦筋。這時有個遊人來到了這個國家聽聞了這件事之後，大笑說：「由這個國家的特色來看，這個問題很容易！」

這個遙遠遙遠的國家有一條特殊的法令規定每平方公尺只能住有 3 個人，並且這個國家有東跟南兩座城牆圍住、另一邊有一條彎曲的河流也將這個國家與其他國家區隔出來，由這個特色，我們來看看可不可以像遊人一樣可以馬上得知這個國家的人數。

首先我先將這個國家的區域畫給大家看看，



這樣看來我們只要將這個曲線面積算出來就得到這個國家的總面積，再來由法令得知人口密度是每平方公尺 3 人，乘在一起後就得到國家的人口總數了！那麼我們來看這個面積如何算。

$$\text{面積} = \int_0^{200} \left(\frac{x^2}{50} + 20 \right) dx = \left. \frac{1}{15}x^3 + 20x \right|_0^{200} = \frac{1612000}{3}$$

$$\begin{aligned}\text{總人數} &= \text{面積} \times \text{人口密度} \\ &= \frac{1612000}{3} \times 3 = 1612000\end{aligned}$$

因此我們很快的就能告訴那個討人厭的國王答案了！

由此我們可以發現用積分來算曲線下的面積，真的很便利、也非常的容易！

[參考資料]

1. “微積分之屠龍寶刀”，亞當斯、哈斯、湯普森 /著，師明睿 /譯