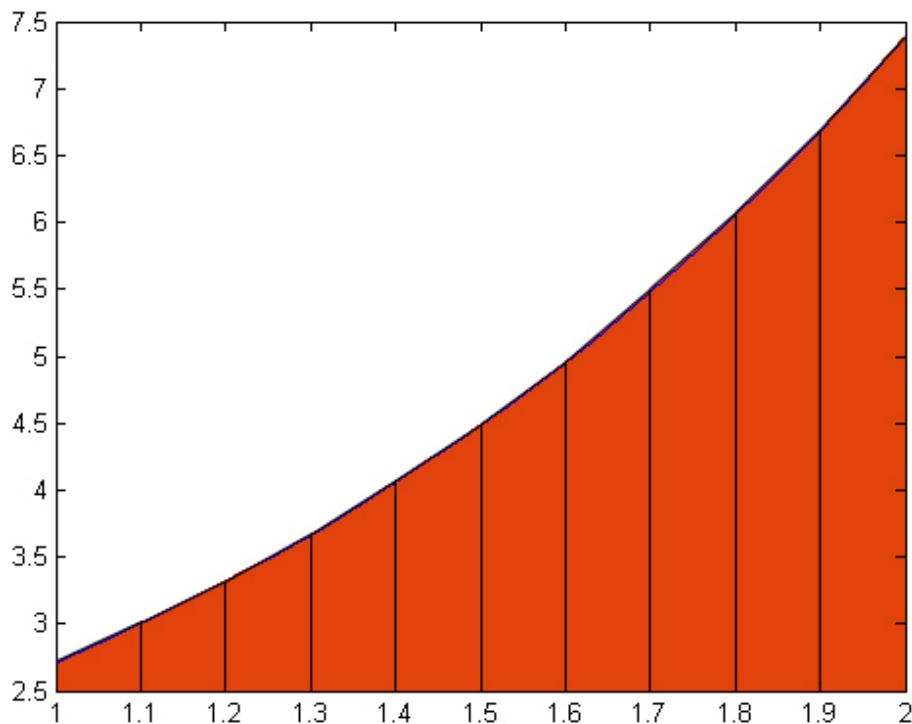


面積

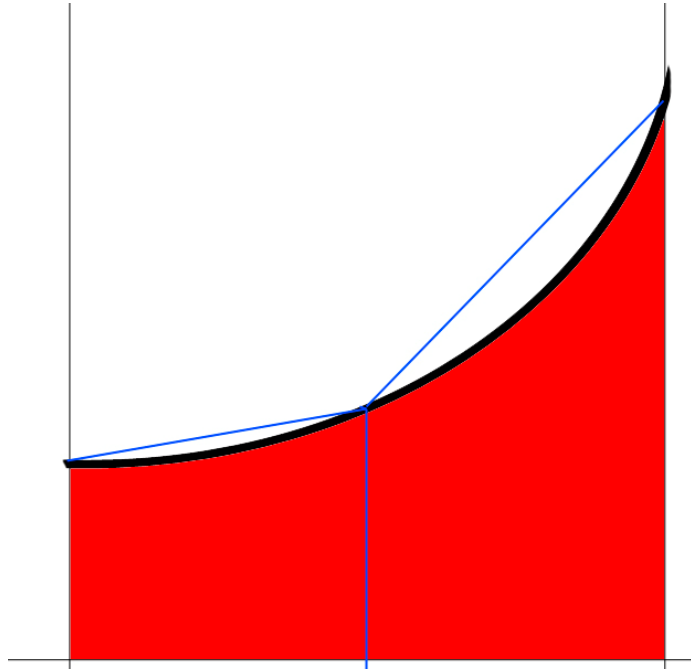
我們常常會看到許多不規則形狀的圖形，但是卻沒有辦法用一般的公式去求得它的面積，那該怎麼辦呢？上了大學之後，我們學到微積分的時候，就可以用積分來求得它的面積，但是有些積分卻不是那麼容易積出來的，所以我們必須用數值積分去近似原本的積分，而運算的部分必須仰賴電腦去做運算，幫我們去求出最接近的值，算出最接近原面積的值。但是數值方法本來就是會有誤差的存在，所以是不可能真實的求出他真正的面積大小的。

舉例：

如下，那一大塊橘色的圖形，我們該如何去計算它的面積呢？



我們可以用數值積分去逼近那塊面積，求出他的值，以下我們就舉出一種數值積分的方法叫做梯形法，去逼近它實際的值。



梯形法其主要想法是利用梯形去將它的圖形表現出來，就像是上圖中，以切割為兩部分為例，希望用梯形去做出與它相似的圖形，再將這兩梯形的面積加總起來，即可獲得這個圖形面積的近似值，因為切割數不多，求出之結果與真值相差的越多，若我們取的切割數越多時，求出之近似值亦將越接近真實的面積。

1. 積分的範圍是 1 到 2, 所以積分的起始值是 $a=1$ 。

2. 我們將面積分割成 10 等分, $n=10$ 。

3. 所以 $h=\frac{(2-1)}{10}=0.1$ 。

4. f_i 代表每一小塊的面積

$$f_0 = f(a + 0 * h) = f(1.0)=2.7183、$$

$$f_1 = f(a + 1 * h) = f(1.1)=3.0042、$$

$$f_2 = f(a + 2 * h) = f(1.2)=3.3201、$$

$$f_3 = f(a + 3 * h) = f(1.3)=3.6693、$$

$$f_4 = f(a + 4 * h) = f(1.4)=4.0552、$$

$$f_5 = f(a + 5 * h) = f(1.5)=4.4817、$$

$$f_6 = f(a + 6 * h) = f(1.6)=4.9530、$$

$$f_7 = f(a + 7 * h) = f(1.7)=5.4739、$$

$$f_8 = f(a + 8 * h) = f(1.8)=6.0496、$$

$$f_9 = f(a + 9 * h) = f(1.9)=6.6859、$$

$$f_{10} = f(a + 10 * h) = f(2.0)=7.3891。$$

$$\begin{aligned}
5. \quad \therefore \int_1^2 e^x dx &= \frac{h}{2} [(f_0 + f_1) + (f_1 + f_2) + (f_2 + f_3) + (f_3 + f_4) + (f_4 + f_5) + \\
&\quad (f_5 + f_6) + (f_6 + f_7) + (f_7 + f_8) + (f_8 + f_9) + (f_9 + f_{10})] \\
&= \frac{0.1}{2} [(2.7183 + 3.0042) + (3.0042 + 3.3201) + (3.3201 + \\
&\quad 3.6693) + (3.6693 + 4.0052) + (4.0052 + 4.4817) + (4.4817 + \\
&\quad 4.9530) + (4.9530 + 5.4739) + (5.4739 + 6.0496) + (6.0496 + \\
&\quad 6.6859) + (6.6859 + 7.3891)] = 4.6747。
\end{aligned}$$

所以當面積分割的越多，會越接近真實面積。